**Задание 1.1**

При оценке свойств сахарной свеклы было обследовано проб и получены следующе значения содержания сахара .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |  |  |
| 15,1 | 15,5 | 14,3 | 16,6 | 16,2 | 16,1 | 15,4 | 14,9 | 15,5 | 9 | 0,95 |

Требуется:

1. Определить выборочную среднюю , выборочную и исправленную дисперсии.
2. Полагая, что распределение признака описывается законом нормального распределения найдите доверительный интервал для среднего содержания сахара в обследуемой партии свеклы на уровне заданной надежности .

**Решение:**

1. Определим выборочную среднюю , выборочную и исправленную дисперсии.

Вспомогательные расчеты проведем в таблице.

Выборочная средняя:

Выборочная дисперсия:

Исправленная дисперсия:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 15.1 | 1 | 15.1 | -0.41 | 0.1701563 | 0.17015625 |
| 2 | 15.5 | 2 | 15.5 | -0.01 | 0.0001563 | 0.0003125 |
| 3 | 14.3 | 1 | 14.3 | -1.21 | 1.4701563 | 1.47015625 |
| 4 | 16.6 | 1 | 16.6 | 1.09 | 1.1826563 | 1.18265625 |
| 5 | 16.2 | 1 | 16.2 | 0.69 | 0.4726562 | 0.47265625 |
| 6 | 16.1 | 1 | 16.1 | 0.59 | 0.3451562 | 0.34515625 |
| 7 | 15.4 | 1 | 15.4 | -0.11 | 0.0126563 | 0.01265625 |
| 8 | 14.9 | 1 | 14.9 | -0.61 | 0.3751563 | 0.37515625 |
|  | 139.6 | 9 | 139.6 |  | 4.02875 | 4.02875 |
|  | 15.51 |  | 15.51 |  | 0.4476 | 0.4476 |

1. Полагая, что распределение признака , описывается нормальным законом распределения, найдем доверительный интервал для среднего содержания сахара в обследуемой партии сахарной свеклы на уровне заданной надежности . Доверительный интервал найдем по формуле:

По таблице, по заданным и находим =2.31

Итак, и доверительный интервал

Ответ: Выборочная средняя ; выборочная дисперсия ; исправленная дисперсия .

С надежностью 0,95 среднее содержание сахара в обследуемой партии сахарной свеклы заключено в доверительном интервале .

**Задание 1.2**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| **масса** | 47 | 28 | 62 | 61 | 46 | 52 | 72 | 53 | 67 | 56 | 34 | 54 | 64 | 46 | 71 | 57 | 41 | 38 | 55 | 42 | 67 | 49 | 44 | 31 |

Для оценки средней загрязнённости сточных вод было взято 24 пробы по 1 литру и получено следующие статистические данные о содержании вредных примесей (в мг):

а) представить эти данные в виде интервального ряда с шагом в 10 мг и построить гистограмму относительных частот.

б) На основании этих данных дать интервальную оценку средней массы примесей с доверительной вероятностью 0,95 (считать, что примеси распределены практически нормально)

**Решение:**

Представим эти данные в виде статистического ряда распределения с шагом 10 миллиграмм. За середины интервалов возьмем значения 20, 30, …

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Частичные  интервалы | 5-15 | 15-25 | 25-35 | 35-45 | 45-55 | 55-65 | 65-75 | 75-85 |
| Центр | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
| Попавшие варианты |  |  | 28, 34, 31 | 41, 38, 42, 44 | 47, 46, 52, 53, 54, 46, 49 | 62, 61, 64 , 57, 55, 55 | 72, 67, 71, 67 |  |
| Количество наблюдений ( | 0 | 0 | 3 | 4 | 7 | 6 | 4 | 0 |
| Частота попаданий () | 0 | 0 | 0.3 | 0.4 | 0.7 | 0.6 | 0.4 | 0 |

Найдем высоты столбцов гистограммы по формуле , где – частота попадания в интервал длиной (у нас все интервалы имеют длину 10). Строим гистограмму частот:

Найдем среднее значение выборки:

Среднее значение квадрата:

Дисперсия:

Среднее квадратичное отклонение:

Исправленное среднее квадратичное отклонение:

Исправленное среднее квадратичное отклонение средней выборочной:

Коэффициент Стьюдента:

Полуширина доверительного интервала:

**Ответ:** доверительный интервал среднего значения 5.38 (мг/л).

**Задание 1.3**

1. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью точность оценки математического ожидания нормально распределенной генеральной совокупности по выборочной средней равна 0.7 если известно, что среднее квадратичное отклонение равно 7+1.5 генеральной совокупности.
2. Выборка из большой партии электроламп содержит 200 + 7 ламп. Средняя продолжительность горения лампы выборки оказалась равной 1000 + 7 часам. Найти с надежностью 0.99 доверительный интервал для средней продолжительности горения лампы всей партии, если известно, что среднее квадратичное отклонение продолжительности горения 50 + 7 часов. Предполагается что продолжительность горения ламп распределена нормально.

**Решение**

1. Точность оценки , отсюда .

Среднеквадратичное отклонение

Точность оценки

1. Продолжительность горения ламп распределена по нормальному закону

Итак, с надежностью 99% можно утверждать, что неизвестный параметр покрывается интервалом , т.е.